

**Муниципальное бюджетное общеобразовательное  
учреждение г. Мурманска "Гимназия № 1"**

|   |   |   |
|---|---|---|
| Рассмотрено<br>на МО учителей<br>математики<br>Руководитель МО<br> | Согласовано<br>НМС МБОУ г. Мурманска<br>«Гимназия № 1»<br>Руководитель НМС<br> | Утверждаю<br>Директор МБОУ г. Мурманска<br>«Гимназия № 1»<br><br> |
| Попова Н.Г.<br>Протокол № 3 от 25.05.2023   | Красавина М.В.<br>Протокол № 3 от 25.05.2023  | Чистякова М.А.<br>Приказ № 480 от 01.09.2023  |

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
по математике  
11 класс (профильный уровень)  
среднего общего образования  
2022-2024 уч. год  
(срок реализации программы)

Срок реализации программы

|             |           |           |
|-------------|-----------|-----------|
| класс       | 10Б       | 11Б       |
| учебный год | 2022/2023 | 2023/2024 |

г. Мурманск, 2023

## **ПОЯНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

### **планируемые результаты освоения курса 10 класса**

#### **В результате изучения математики на профильном уровне в старшей**

##### **школе ученик должен знать/понимать:**

—значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

—значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;

—идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;

—значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;

—возможности геометрического языка как средства описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;

—универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;

—различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;

—роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;

—вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

##### ***Числовые и буквенные выражения***

###### **Уметь:**

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;

- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;

- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

##### **Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

— практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, при необходимости используя справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

##### ***Функции и графики***

###### **Уметь:**

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков; описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;

- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления.

##### **Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

— описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов.

##### ***Уравнения и неравенства***

###### **Уметь:**

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;

- доказывать несложные неравенства;

- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;

- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем;

- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;

##### **Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

— построения и исследования простейших математических моделей.

### **Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

#### **Уметь:**

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов.

#### **Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

— анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера.

### **Геометрия**

#### **Уметь:**

- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения.

#### **Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

—исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;

—вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

### **Содержание обучения на профильном уровне.**

#### **Вводное повторение**

Понятие действительного числа. Множества чисел. Свойства действительных чисел.

Линейная и квадратичная функции, их свойства и графики. Решение линейных и квадратных уравнений и неравенств. Решение дробно-рациональных уравнений.

Преобразования одночленов, многочленов, алгебраических дробей и арифметических квадратных корней.

**Основная цель** – систематизация знаний учащихся за курс алгебры 7-9 классов, ликвидация пробелов в знаниях учащихся.

#### **Теория чисел**

Делимость чисел. Понятие делимости. Делимость суммы и произведения. Деление с остатком. Сравнения. Признаки делимости. Решение уравнений в целых числах. Решение задач с целочисленными неизвестными.

#### **Уравнения и неравенства**

Многочлены от одной переменной. Схема Горнера. Многочлен  $P(x)$  и его корень. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Теорема Безу. Алгебраическое уравнение. Следствия из теоремы Безу. Решение алгебраических уравнений разложением на множители. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены. Формулы сокращённого умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Решение рациональных уравнений. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных.

Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными.

Равносильные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения. Иррациональные неравенства.

**Основная цель** — обобщить и систематизировать имеющиеся у учащихся сведения об уравнениях, неравенствах, системах и методах их решения; познакомиться с общими методами решения.

Тема носит повторительно-обобщающий, систематизирующий характер и фактически завершает изучение содержательной линии уравнений и неравенств курса алгебры 7-9 классов. В идейном отношении в старших классах линия получила значительное развитие, будут рассмотрены новые виды уравнений (тригонометрические, показательные, логарифмические), неравенств (показательные, логарифмические) и систем уравнений, поэтому требует систематизации знаний учащихся.

#### **Корень степени $n$ . Степень. Логарифмы**

Корень степени  $n > 1$  и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.

**Основная цель** — обобщить и систематизировать знания учащихся о степенной функции, а также познакомить их с многообразием свойств и графиков степенной функции в зависимости от значений оснований и показателей степени; научить решать простейшие иррациональные уравнения; познакомить учащихся с показательной функцией, ее свойствами и графиком; обобщить и систематизировать знания учащихся о действительных числах, ввести понятие степени с действительным показателем, научить применять ее свойства для вычислений и преобразований выражений; познакомить учащихся с логарифмической функцией, ее свойствами и графиком; изучить свойства логарифмов, научиться применять их для преобразования логарифмических выражений. Изучению иррациональных уравнений предшествует введение понятия равносильности: именно теперь его появление необходимо и требует глубокой проработки.

Умение решать иррациональные неравенства не является обязательным для учащихся и соответствующий параграф может быть предложен, например, для самостоятельного изучения.

С арифметическим корнем  $n$ -ой степени, учащиеся были ознакомлены при изучении курса алгебры IX класса, а значит, они готовы к введению понятия степени с рациональным показателем и нет необходимости выделять на изучение арифметического корня большого количества времени. В противном случае следует иметь в виду, что эта тема готовит учащихся к расширению знаний понятия степени; рассмотреть этот вопрос необходимо, но нет нужды задерживаться на формировании навыков применения свойств корня для преобразования выражений.

При введении степени с действительным показателем используются подученные выше представления о пределе числовой последовательности. Важно подчеркнуть, что свойства степени, изученные прежде, распространяются на степень с любым действительным показателем.

Большое внимание следует уделить применению свойств степени с рациональным показателем, которое и послужит выработке умений выполнять преобразования.

До введения понятия логарифмической функции формируется понятие логарифма числа, изучаются свойства логарифмов. Специально выделяются десятичные и натуральные логарифмы, это сделано как с целью обоснования целесообразности введения формулы перехода, так и для того, чтобы показать возможности применения калькулятора для нахождения значений логарифмической функции (что достаточно часто используется в практике).

Исследование логарифмической функции проводится по обычной схеме. Аналитическое обоснование свойств функции от всех учащихся не требуется.

#### **Уравнения и неравенства**

Решение показательных уравнений. Решение логарифмических неравенств. Решение показательных неравенств. Решение логарифмических уравнений.

**Основная цель** — научить решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства, системы, содержащие показательные уравнения.

Решение показательных уравнений основывается на свойствах степени, сформулированных выше, а решение показательных неравенств — на свойствах показательной функции, что позволяет систематически повторять эти свойства. Для решения систем, содержащих одно или два показательных уравнения, применяются способы подстановки и замены переменных. Решение систем показательных неравенств не является обязательным для изучения. При решении логарифмических уравнений и неравенств продолжается формирование понятий равносильности и следствия. Хотя в ряде случаев уравнение решается, а затем выполняется проверка.

#### **Функции.**

Степенная функция, её свойства и график. Взаимно обратные функции. Сложная функция. Дробно-линейная функция. Показательная функция, её свойства и график. Логарифмическая функция, её свойства и график.

#### **Основы тригонометрии.**

Радианная мера угла.

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.

Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Преобразования простейших тригонометрических выражений. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение. Синус и косинус двойного угла. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования произведения тригонометрических функций в сумму. Формулы приведения.

**Основная цель** — сформировать понятия синуса, косинуса, тангенса и котангенса произвольного угла (выраженного как в градусах, так и в радианах), ознакомить учащихся с их свойствами и зависимостями, связывающими их, научить применять формулы для преобразования простейших тригонометрических выражений.

На данном этапе не вводится понятие тригонометрической функции, речь пока идет только о числовых выражениях и формулах тригонометрии, которые используются как для вычислений, так и для преобразований этих выражений.

Изучение данной темы готовит учащихся к рассмотрению свойств тригонометрических функций. Школьники изучают зависимость знаков значений синуса, косинуса, тангенса от величины угла. Рассматривают формулы, связывающие значения синусов и косинусов углов, имеющих противоположные значения. Учатся вычислять значения синуса, косинуса, тангенса угла, зная значение одного из них. Все это позволит в дальнейшем обосновать свойства тригонометрических функций и построить их графики.

Впервые учащиеся учатся доказывать тригонометрические тождества, применяя соответствующие формулы. Желательно познакомить со всеми формулами, представленными в данной главе, хотя и не обязательно требовать от всех школьников умения их выводить и даже запоминать (важно, чтобы было сформировано умение верно выбирать нужную формулу для конкретного преобразования).

### **Уравнения и неравенства**

Решение тригонометрических уравнений. Простейшие тригонометрические уравнения.

**Основная цель** — сформировать умение решать простейшие тригонометрические уравнения, познакомить учащихся с некоторыми приемами решения тригонометрических уравнений.

Изучение темы начинается с рассмотрения конкретных простейших уравнений, решение которых иллюстрируется на единичной окружности, что хорошо подготовлено материалом предыдущей главы.

Понятия арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа вводятся до знакомства с обратными тригонометрическими функциями и иллюстрируются также на единичной окружности. В дальнейшем не следует уделять много внимания упражнениям на нахождение значений и использование свойств арксинуса, арккосинуса и арктангенса; все это будет закрепляться в ходе решения уравнений. В связи с этим при решении уравнений полезно иллюстрировать нахождение корней на единичной окружности: это позволит осознанно применять формулы корней.

Решение более сложных тригонометрических уравнений рассматривается на примерах уравнений, сводящихся к квадратным, уравнений вида  $a \sin x + b \cos x = c$ , уравнений, решаемых разложением левой части на множители. Не следует добиваться от всех учащихся умений решать другие виды уравнений, примеры которых приведены в системе упражнений.

### **Некоторые сведения из планиметрии.**

Геометрия на плоскости. Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей. Эллипс, гипербола и парабола как геометрические места точек. Неразрешимость классических задач на построение. Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников. Геометрические места точек. Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест. Теоремы Менелая и теорема Чевы. Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной. Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма.

### **Прямые и плоскости в пространстве.**

Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Площадь ортогональной проекции многоугольника. Изображение пространственных фигур. Центральное проектирование.

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

**Основная цель** — дать учащимся систематические сведения о параллельности прямых и плоскостей в пространстве; сформировать представления учащихся об основных понятиях и аксиомах стереометрии, их использовании при решении стандартных задач логического характера, а также об изображениях точек, прямых и плоскостей на проекционном чертеже при различном их взаимном расположении в пространстве

При изучении материала темы следует обратить внимание на часто используемый метод доказательства от противного, знакомый учащимся из курса планиметрии.

Здесь учащиеся знакомятся с различными способами изображения пространственных фигур на плоскости знания учащихся о перпендикулярности прямых, перпендикуляре и наклонных, известные им из курса планиметрии. Постоянное обращение к знакомому материалу будет способствовать более глубокому усвоению темы.

Постоянное обращение к теоремам, свойствам и признакам курса планиметрии при решении задач по изучаемой теме не только будет способствовать выработке умения решать стереометрические задачи данной тематики, но и послужит хорошей пропедевтикой к изучению следующих тем курса.

### **Многогранники.**

Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка, многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрий в окружающем мире. Сечения куба, призмы, пирамиды. Построение сечений. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

**Основная цель** — дать учащимся систематические сведения об основных видах многогранников.

Учащиеся уже знакомы с такими многогранниками, как тетраэдр и параллелепипед. Теперь предстоит расширить нет строгого математического определения многогранника, а приводится лишь некоторое описание, так как строгое определение громоздко и трудно не только для понимания учащимися, но и для его применения.

Изучение многогранников нужно вести на наглядной основе, опираясь на объекты природы, предметы окружающей действительности.

Весь теоретический материал темы относится либо к прямым призмам, либо к правильным призмам и правильным пирамидам. Все теоремы доказываются достаточно просто, результаты могут быть записаны формулами, поэтому в теме много задач вычислительного характера, при решении которых отрабатываются умения учащихся пользоваться сведениями из тригонометрии, формулами площадей, решать задачи с использованием таких понятий, как «угол между прямой и плоскостью», «двугранный угол» и др.

#### **Векторы в пространстве.**

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.

Основная цель — обобщить изученный в базовой школе материал о векторах на плоскости, дать систематические сведения о действиях с векторами в пространстве.

Основное внимание уделяется решению задач, так как при этом учащиеся овладевают векторным методом.

#### **Повторение.**

## **Планируемые результаты освоения курса 11 класса (профильный уровень) В результате изучения математики на профильном уровне в старшей**

### **школе ученик должен знать/понимать:**

— значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

— значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;

— идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;

— значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;

— возможности геометрического языка как средства описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;

— универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;

— различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;

— роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;

— вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

### **Числовые и буквенные выражения**

#### **Уметь:**

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;

- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;

- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;

- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

**Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

— практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, при необходимости используя справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

### ***Функции и графики***

#### **Уметь:**

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков; описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;
- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления.

**Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

— описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов.

### ***Начала математического анализа***

#### **Уметь:**

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
- исследовать функции и строить их графики с помощью производной;
- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;
- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
- вычислять площадь криволинейной трапеции.

**Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

— решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа.

### ***Уравнения и неравенства***

#### **Уметь:**

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
- доказывать несложные неравенства;
- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;
- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем;
- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной.

**Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

— построения и исследования простейших математических моделей.

### ***Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей***

#### **Уметь:**

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов.

**Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

— анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера.

### ***Геометрия***

#### **Уметь:**

- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;

- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения.

### **Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

## **Содержание обучения на профильном уровне.**

### **11 класс**

#### **Функции и их графики**

Область определения и множество значений. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y=x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Сложная функция (композиция функций). Графики сложных функций. Исследование функции и построение их графиков элементарными методами. Графики функций, содержащих модули.

Основная цель — обобщить и систематизировать знания учащихся, относящиеся к понятию функции и свойствам изученных функций; изучить свойства тригонометрических функций, научить учащихся строить их графики.

Первая глава носит в основном повторительно-обобщающий характер. Именно здесь приводятся в систему сведения, которые имеются у учащихся о функциях и их свойствах. Эти сведения сводятся в общую схему исследования функций. Полезно обратить внимание учащихся не только на словесную формулировку свойств, но и на их графическое истолкование.

Знакомые учащимся свойства четности и нечетности функций распространяются на тригонометрические функции, впервые вводится понятие периодической функции и периода функции.

Построение графиков начинается с функции  $y = \sin x$ , при построении активно используются уже известные свойства функции; область определения, множество значений, свойства четности и периодичности. Доказанное здесь свойство убывания функции  $y = \sin x$  на отрезке  $[0; \pi]$  позволяет сделать вывод о возможности построения графика функции на этом отрезке и распространении его на всю числовую прямую.

Построение графика функции  $y = \cos x$  основывается на том, что равенство  $\sin x = \cos(\pi/2 - x)$  позволяет получить искомый график сдвигом графика функции  $y = \sin x$ .

Построение графика функции тангенс, как и косинус, начинается с исследования. Сначала график строится на отрезке  $(0, \pi)$ , а затем распространяется на всю числовую прямую.

Учащиеся должны научиться выполнять эскизы графиков, используя эти свойства, а также устанавливать эти свойства по графику.

#### **Предел функции и непрерывность**

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах. Понятие о непрерывности функции. Основные теоремы о непрерывных функциях. Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Асимптоты. Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной. Обратные тригонометрические функции их свойства и графики. Примеры использования обратных тригонометрических функций

Основная цель — ввести понятие о пределе функции, необходимом для изучения производной.

Хотя предел разностного отношения рассматривается на интуитивном уровне и используется для формирования понятия производной, но формулируется и строгое определение предела функции в точке и показывается, как, используя определение, убедиться в том, что данное число является пределом данной функции.

#### **Производная**

Понятие о производной функции. Производные суммы, разности, произведения, частного.

Производные основных элементарных функций. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Основная цель — ввести понятие производной, научить находить производные, используя правила дифференцирования.

Введение понятия производной предваряется знакомством со средней и мгновенной скоростями движения, что приводит к понятию разностного отношения.



Формулы производных выводятся для простейших случаев. Таблица производных заполняется формулами, некоторые из которых не выводятся.

Формируются понятия сложной функции и ее производной. Правила нахождения производной произведения и частного не доказываются.

В заключение устанавливается геометрический смысл производной, выводится уравнение касательной, показывается практическое применение касательной на примере построения фокуса параболы.

### **Применение производной**

Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Производные обратной функции и композиции данной функции с линейной. Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций. Вторая производная и ее физический смысл. Использование производных при решении уравнений и неравенств, при решении текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком.

Основная цель — сформировать умение решать простейшие практические задачи методом дифференциального исчисления.

В связи с тем, что с геометрической интерпретацией понятия производной учащиеся уже знакомы, изучение главы начинается с краткого повторения уравнения касательной и зависимости ее положения в системе координат от знака значения ее углового коэффициента.

Вывод о возрастании или убывании функции на промежутке в соответствии со знаком значения ее производной делается с опорой на геометрический смысл производной.

Формулируется теорема Лагранжа, которая используется для доказательства теорем о достаточном условии возрастания и убывания функции.

При введении понятия экстремума не фиксируется внимание учащихся на формировании понятия окрестности точки. На теореме Ферма и ее наглядной геометрической интерпретации следует остановиться подробнее, так же, как и на достаточном условии того, что стационарная точка является точкой экстремума.

При изучении графиков функций полезно показать построение графиков функций, которые не являются непрерывными на всей области определения, и особенности построения графиков четных и нечетных функций.

Задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений на отрезке и интервале иллюстрируются на геометрических и физических примерах.

В конце темы вводится понятие второй производной и показывается ее использование для исследования и построения графиков функций, но этот материал не является обязательным для изучения.

### **Первообразная и интеграл**

Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница. Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Понятие дифференциального уравнения.

Основная цель — познакомить учащихся с интегрированием как операцией, обратной дифференцированию; научить применять первообразную для вычисления площадей криволинейных трапеций.

Введению понятия первообразной предшествует рассмотрение физической задачи о восстановлении закона движения по известному закону изменения скорости, что способствует раскрытию смысла интегрирования как операции, обратной дифференцированию. Понятие первообразной может быть дано на примерах, исходя из формул для производных.

Целесообразно обратить внимание учащихся на неоднозначность результата при нахождении первообразной для данной функции.

Не следует добиваться от учащихся овладения умением находить первообразные в сложных случаях. Выполнение упражнений должно сводиться к применению таблицы и правил нахождения первообразных.

В качестве иллюстрации приложений первообразной рассматривается задача о нахождении площадей криволинейных трапеций. Формула  $S = F(b) - F(d)$  дается без доказательства.

### **Комплексные числа**

Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряженные числа. Возведение в натуральную степень (формула Муавра). Основная теорема алгебры.

### **Комбинаторика.**

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

**Основная цель** — ознакомление с основными формулами комбинаторики и их применением при решении задач, развивать комбинаторное мышление учащихся, ознакомить с теорией соединений, обосновать формулу бинома Ньютона. Основной при выводе формул числа перестановок и размещений является правило умножения, понимание которого формируется при решении различных прикладных задач. Свойства числа сочетаний доказываются и затем применяются при организации и исследовании треугольника Паскаля.

В результате изучения главы «Комбинаторика» учащиеся должны знать, основные формулы комбинаторики, уметь находить вероятность случайных событий в простейших случаях, использовать классическое определение вероятности и применения их при решении задач данного типа.

#### **Элементы теории вероятностей.**

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

**Основная цель** – сформировать понятие вероятности случайного независимого события. Исследование простейших взаимосвязей между различными событиями, а также нахождению вероятностей видов событий через вероятности других событий. Классическое определение вероятности события с равновероятными элементарными исходами формируется строго, и на его основе (с использованием знаний комбинаторики) решается большинство задач. Понятие геометрической вероятности и статистической вероятности вводились на интуитивном уровне. При изложении материала данного раздела подчеркивается прикладное значение теории вероятностей в различных областях знаний и практической деятельности человека.

В результате изучения главы «Элементы теории вероятностей» учащиеся должны уметь находить вероятности случайных событий с помощью классического определения вероятности при решении упражнений данного типа, иметь представление о сумме и произведении двух событий, уметь находить вероятность противоположного события, интуитивно определять независимые события и находить вероятность одновременного наступления независимых событий в задачах.

#### **Уравнения и неравенства с двумя переменными.**

Линейные уравнения и неравенства с двумя переменными. Нелинейные уравнения и неравенства с двумя переменными. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений. Неравенства с модулями. Уравнения с модулями. Уравнения с параметрами. Неравенства с параметрами. Системы уравнений с параметрами.

**Основная цель** – обобщить основные приемы решения уравнений и систем уравнений, научить учащихся изображать на координатной плоскости множество решений линейных неравенств и систем линейных неравенств с двумя переменными, сформировать навыки решения задач с параметрами, показать применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

В результате изучения главы «Уравнения и неравенства с двумя переменными» учащиеся должны уметь решать уравнения, неравенства и системы уравнений и неравенств с двумя переменными. Знать и уметь применять основные приемы для решения уравнений и систем уравнений, решать системы уравнений и неравенства с помощью графика.

#### **Координаты и векторы**

Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками.

Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Формула расстояния от точки до плоскости. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Уравнения сферы и плоскости

**Основная цель** — сформировать умения применять координатный и векторный методы к решению задач нахождение длин отрезков и углов между прямыми и векторами в пространстве.

В ходе изучения темы целесообразно использовать аналогию между рассматриваемыми понятиями на плоскости и в пространстве. Это поможет учащимся более глубоко и осознанно усвоить изучаемый материал, уяснить содержание и место векторного и координатного методов в курсе геометрии.

#### **Тела и поверхности вращения**

Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Формула площади поверхности цилиндра. Площадь сферы. Усеченный конус. Сфера. Шар. Их сечения. Касательная плоскость к сфере. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения параллельные основанию. Формула площади поверхности конуса.

**Основная цель** — дать учащимся систематические сведения об основных видах тел вращения.

Изучение круглых тел (цилиндра, конуса, шара) завершает изучение системы основных пространственных геометрических тел.

В ходе знакомства с теоретическим материалом темы значительно развиваются пространственные представления учащихся: круглые тела рассматриваются на примере конкретных геометрических тел, изучается взаимное расположение круглых тел и плоскостей (касательные и секущие плоскости), происходит знакомство с понятиями описанных и вписанных призм и пирамид.

Решается большое количество задач, что позволяет продолжить формирование логических и графических умений.

#### **Объемы тел**

Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел. Объемы шарового сегмента, шарового слоя, шарового сектора. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы объема шара и площади сферы. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда.

**Основная цель** — продолжить систематическое изучение многогранников и тел вращения в ходе решения задач на вычисление их объемов.

В курсе стереометрии понятие объема вводится по аналогии с понятием площади плоской фигуры и формулируются основные свойства объемов.

Существование и единственность объема тела в школьном курсе математики приходится принимать без доказательства, так как вопрос об объемах принадлежит, по существу, к трудным разделам высшей математики. Поэтому нужные результаты устанавливаются, руководствуясь больше наглядными соображениями.

Учебный материал главы в основном должен усваиваться в процессе решения задач.

**Обобщающее повторение. Решение задач**